БОЛГАРСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК · BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 1, · ASTROPHYSICAL INVESTIGATIONS, 1

София · 1975 · Sofia

О связи между 11-летними циклами, составляющими 22-летний цикл солнечной активности

Ангел Бонов

Существование 22-летнего цикла стало общепризнанным после открытия Hale и Nicholson [1] закона смены знака магнитной полярности биполярных групп солнечных пятен при переходе от одного 11-летнего цикла к последующему. На этом физическом законе базируется существование 22-летнего цикла солнечной активности.

В действительности из всех известных в настоящее время циклов солнечной активности (11-летний, 22-летний, вековой и сверхвековой) только для 22-летнего цикла раскрыта его физическая основа. Это, по нашему мнению, предоставляет возможность достоверного прогноза солнечной активности в рамках этого цикла. Вот почему нахождение зависимости между элементами 11-летних циклов, которые составляют 22-летний цикл, имеет и практическое значение наряду с подтверждением связи между этими циклами.

На основе цюрихской номерации 11-летние циклы могут быть сгруппированы в 22-летние циклы следующими двумя способами:

I. Первый 11-летний цикл имеет четный номер, второй — нечетный номер.

II. Первый 11-летний цикл имеет нечетный номер, второй — четный. В 1948 г. Гневышев и Оль [2], используя цюрихские данные для относительного числа солнечных пятен после 1700 г., показали, что 22-летний цикл солнечной активности начинается с 11-летнего цикла, имеющего четный номер. На основе своих исследований они сделали вывод, что четный и нечетный 11-летние циклы тесно связаны между собой некоторой физической закономерностью, которая все еще неизвестна. Этот вывод подтверждается исследованиями Чистякова [3] и Бонова [4].

В настоящей работе мы раскрываем зависимость между основными элементами четного и нечетного 11-летних циклов, которые составляют 22-летний цикл. Конкретнее, мы устанавливаем тесную корреляционную связь между величиной фазы максимума четного 11-летнего цикла и от-

носительным числом Вольфа в эпоху максимума следующего нечетного 11-летнего цикла. Подобная зависимость не существует для 22-летних циклов, которые начинаются с нечетного 11-летнего цикла.

Согласно [5] фаза максимума 11-летнего цикла определяется по формуле

$$\Phi = \frac{M - m_1}{m_2 - m_1}, \tag{1}$$

в которой M — эпоха максимума, а m_1 и m_2 — эпохи минимумов соответственно в начале и в конце 11-летнего цикла.

Используя вышеуказанное выражение, мы вычисляем величину фазы максимума в процентах по формуле

$$\Phi = \frac{t}{T} 100\%, \tag{2}$$

где t — время роста, а T — продолжительность 11-летнего цикла.

Таблица 1

22-летний цикл	P_{2n},%	R^M_{2n+1}	22-летний цикл	P_{2n+1},%	R^M_{2n+2}
—4, —3	54	63	—3, —2	54	122
—2, —1	38	111	—1, 0	43	83
0, 1	52	86	1, 2	56	106
2, 3	36	154	3, 4	32	132
4, 5	25	48	5, 6	56	46
6, 7	46	71	7, 8	62	138
8, 9	34	125	9, 10	37	96
10, 11	37	139	11, 12	29	64
12, 13	47	85	13, 14	37	64
14, 15	45	104	15, 16	40	78
16, 17	47	114	17, 18	35	152
18, 19	33	190	19, 20	34	106

Из данных, приведенных в [6], которые дополняем цюрихскими данными после 1960 г., составляем табл. 1. В ней 11-летние циклы солнечной активности (после 1700 г.) сгруппированы в 22-летние циклы по указанным выше двум возможным способам. Через Φ_{2n} и R^M_{2n} обозначаем соответственно фазу максимума и относительное число Вольфа в эпоху максимума четных 11-летних циклов, а через Φ_{2n+1} и R^M_{2n+1} — нечетных 11-летних циклов.

Из данных в табл. 1 строим две корреляционные диаграммы на рис. 1 и рис. 2.

Диаграмма на рис. 1 построена для 22-летних циклов, которые начинаются с четного 11-летнего цикла, а на рис. 2 — для 22-летних циклов, которые начинаются с нечетного 11-летнего цикла.

Из диаграммы на рис. 1 непосредственно можно сделать заключение, что между величиной фазы максимума в четном 11-летнем цикле и величиной числа Вольфа в эпоху максимума следующего нечетного 11-

летнего цикла существует вполне определенная зависимость: чем меньше величина Φ_{2n}, тем больше величина R^M_{2n+1}.

Эта зависимость, как видно из рис. 1, недействительна для 22-летнего цикла [4, 5], который согласно [7] находится в переходной эпохе

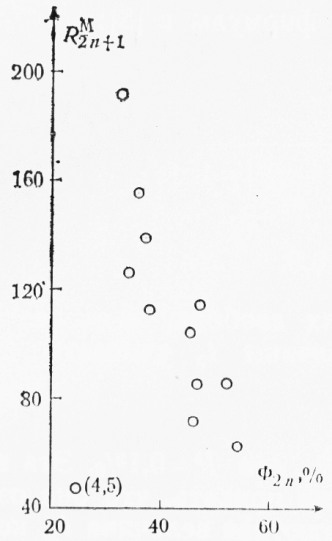

Рис. 1

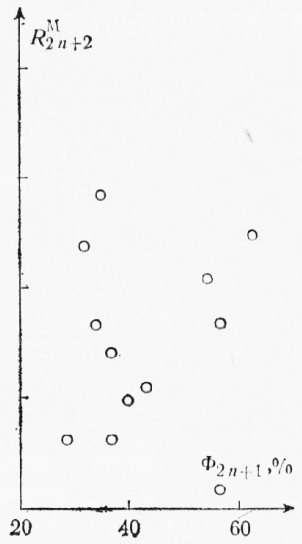

Рис. 2

сверхвекового изменения солнечной активности. При исследовании зависимости между R^M_{2n+1} и Φ_{2n} мы исключаем этот 22-летний цикл, как поступают Гневышев и Оль [2].

Из данных табл. 1 вычисляем коэффициент корреляции между R^M_{2n+1} и Φ_{2n} и получаем величину

$$r=[R^M_{2n+1},\Phi_{2n}]=-0{,}915.$$

Так как располагаемое нами число наблюдений не велико ($n=11$), то необходимо исследовать значимость коэффициента корреляции. Для этой цели используем известный критерий Стьюдента [8]. При $k=n-2=9$-степеней свободы из табл. VIII в [8] непосредственно находим, что вероятность абсолютной величины коэффициента корреляции удовлетворяет неравенству

$$|r|\geqq 0{,}735.$$

Вероятность случайного получения этого r, а именно $P=0{,}01$ или $P=1\%$ настолько мала, что практически можно принять, что она означает невозможность. Следовательно, большая абсолютная величина r, которую получили, не вызвана случайностью, а является результатом существования корреляционной связи между R^M_{2n+1} и Φ_{2n}, что непосредственно видно из рис. 1.

Для установления связи между R^M_{2n+1} и Φ_{2n} (линейная или другая) вычисляем величину корреляционного отношения η, определенную Pearson [9], и получаем

$$\eta = 0{,}921.$$

Эта величина настолько близка по абсолютной величине r, что практически можно принять $\eta = |r|$. Но это равенство согласно [8] показывает, что корреляционная связь между R^M_{2n+1} и Φ_{2n} есть точная линейная регрессия.

Действительно, полагая $\Phi_{2n} = x$ и $R^M_{2n+1} = y$, вычисляем последовательно значения величин ϱ, s и t_ϱ, используя формулы в [8]:

$$\varrho = r\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = -4{,}37,$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(y-\bar{y})^2 - \varrho^2 \sum(x-\bar{x})^2\right]} = 15{,}0,$$

$$t_\varrho = \frac{\varrho\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{\varrho} = -6{,}8.$$

Из табл. V в [8] при $k = n-2 = 9$-степенях свободы непосредственно находим, что вероятность абсолютной величины t_ϱ удовлетворяет неравенству

$$|t_\varrho| \geq 5{,}2$$

вследствие некоторой случайности $P = 0{,}001$ или $P = 0{,}1\%$. Эта вероятность настолько мала, что практически можно принять, что она означает невозможность. Следовательно, бóльшая абсолютная величина t_ϱ, которую получили, является следствием существования линейной регрессии между R^M_{2n+1} и Φ_{2n}, которая представлена уравнением

$$R_{2n+1} = 301 - 4{,}37\,\Phi_{2n}, \tag{3}$$

в котором свободный член $a = 301 \pm 6$. При $k = 9$-степенях свободы доверительные границы коэффициента регрессии в [1] с вероятностью $P = 95\%$ будут следующие:

$$-6{,}40 < \varrho < -2{,}34.$$

Уравнение регрессии (1) дает возможность провести с соответствующей вероятностью прогноз (в рамках 22-летнего цикла) для числа Вольфа в эпоху максимума нечетного 11-летнего цикла, как только станет известна величина фазы максимума предшествующего ему четного 11-летнего цикла.

Пусть $x_0 = \Phi^0_{2n}$ — значение максимума в четном 11-летнем цикле, а $R^{M_0}_{2n+1}$ — величина числа Вольфа в эпоху максимума нечетного 11-летнего цикла, вычисленная в [1] для $\Phi_{2n} = \Phi^0_{2n} = x_0$. С вероятностью $P = 95\%$ доверительные границы R^M_{2n+1} согласно [9] будут следующие:

$$R^{M_0}_{2n+1} - 0{,}7\sqrt{1 + \frac{n^2(x_0-\bar{x})^2}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}} < R^M_{2n+1} < R^{M_0}_{2n+1} + 0{,}7\sqrt{1 + \frac{n^2(x_0-\bar{x})^2}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}}.$$

Из рис. 2 непосредственно видно, что для 22-летних циклов, которые начинаются с нечетного 11-летнего цикла, связь между величиной фазы максимума (Φ_{2n+1}) в нечетном 11-летнем цикле и величиной числа Вольфа в эпоху максимума R^M_{2n+2} следующего четного 11-летнего цикла является неопределенной. Вычисляя корреляционное отношение из данных

в табл. 1 (для 22-летних циклов, начинающихся с нечетного 11-летнего цикла), получаем значение

$$\eta = 0{,}033.$$

Малая величина корреляционного отношения показывает согласно [8], что между R^M_{2n+2} и Φ_{2n+1} не существует корреляционной связи.

Найденная корреляционная связь между R^M_{2n+1} и Φ_{2n} еще раз подтверждает, что четный и нечетный 11-летние циклы связаны с некоторой физической закономерностью и образуют единый 22-летний цикл солнечной активности.

Литература

1. Hale, G. E., S. Nicholson. — Astroph. J., 62, 1925.
2. Гневышев, М. Н., А. И. Оль. — Астр. журн., **25**, 1948.
3. Чистяков, В. Ф. — Бюлл. ВАГО, 1959, 25.
4. Бонов, А. Д. — Емпирико-статистически закономерности между основните характеристики на слънчевите цикли. Дългосрочна прогноза на слънчевата активност (Дисертация, 1971).
5. Ягер, К. Д. Строение и динамика хромосферы Солнца. — ИЛ, 1962.
6. Waldmeier, M. The Sunspot-Activity in the Years 1610—1960. Zürich, 1961.
7. Бонов, А. Д. — Солн. данные, 1957, 3.
8. Романовский, В. И. Применение математической статистики в опытном деле. М. — Л., 1947.
9. Смирнов, Н. В., И. В. Дунин-Барковский. Курс теорий вероятностей и математической статистики. М., 1965.

On the Relation Between the 11-Year Cycles which Constitute the 22-Year Cycle of Solar Activity

Angel D. Bonov

(Summary)

The following regularity is discovered for the 22-year cycles (after the year 1700) represented by an even and an odd 11-year cycle (after the Zurich numbering): the smaller the value of the phase of the maximum (Φ_{2n}) in the even 11-year cycle, the larger the value of Wolf's number during the period of the maximum of the next odd 11-year cycle (R^M_{2n+1}) as shown on Fig. 1. This relationship is represented by the regression equation

$$R_{2n+1} = 301 - 4.37\,\Phi_{2n}.$$

Similar regularity (as seen as well from Fig. 2) does not exist for 22-year cycles consisting of one odd and one even 11-year cycles.

The regularity established confirms that the even and the odd 11-year cycles are closely connected and form a whole — the 22-year cycle. It makes a forecast with corresponding probability possible for Wolf's number during the period of the maximum of the odd 11-year cycle.

Сектор астрономии
Болгарской академии наук

Поступила 2. II. 1972 г.