БОЛГАРСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК · BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 1 · ASTROPHYSICAL INVESTIGATIONS, 1

*София · 1975 · Sofia*

# О распределении высоких протуберанцев

*Ангел Бонов, Владимир Дерменджиев*

Ananthakrishnan [1] исследовал распределение по высоте приблизительно 50 000 протуберанцев при помощи $K$-спектрогелиограмм для цикла солнечной активности № 16. Он установил, что 70% всех протуберанцев, наблюдавшихся в продолжение этого цикла, имеют высоту до 29 000 km, 20% — между 29 000 и 43 000 km, 10% — между 43 000 и 87 000 km и только 1% имеет высоту более 87 000 km. Он установил, что из 1000 протуберанцев приблизительно 3 имеют высоту более 130 000 km, а высоту более 174 000 km имеет 1 протуберанец из 1000.

Вязаницын [2] получил аналогичный результат: 78% протуберанцев имеют высоту между 21 750 и 43 500 km, 16% — между 43 500 и 65 250 km, 4% — между 65 250 и 87 000 km и 2% высоту более 87 000 km.

Особый интерес представляют протуберанцы, наблюдавшиеся на гелиографической широте, более $\pm 45°$. Как известно, эти протуберанцы не связаны с активными областями Солнца.

В настоящей работе мы ограничимся исследованием протуберанцев с высотой $h \geq 100\,000$ km и гелиографической широтой $\varphi = 45°$. Другими словами, мы изучаем области выше хромосферы с высотой $h \geq 100\,000$ km и при гелиографической широте $\varphi \geq |45°|$ (одна из этих областей находится в северной полусфере Солнца, другая — в южной).

В этих областях для одной ротации Солнца может появиться протуберанец, он может наблюдаться в течение нескольких последовательных дней и может исчезнуть, но может и снова появиться. Если при данной ротации мы наблюдали 1, 2, 3 и т. д. протуберанцев или мы их не наблюдали, то с какой вероятностью мы можем наблюдать 1, 2, 3 и т. д. протуберанцев или не наблюдать протуберанца при последующих ротациях? Как изменяются эти вероятности со временем?

Из данных в работе [3] выберем протуберанцы с высотой $h \geq 100\,000$ km на гелиографической широте $\varphi \geq |45°|$. Обозначим через $\nu_i^a$ наблюдавшуюся частоту протуберанцев в ротациях: № 1128—№ 1155, № 1261 — № 1288 и № 1395 — № 1422 около максимумов 11-летних циклов № 17, 18 и 19 (по цюрихской нумерации). Протуберанец, наблюдавшийся в течение

нескольких последовательных дней, считаем за один. Через $\nu_i^b$ обозначим среднее число наблюдений этих протуберанцев в одной ротации. В сущности под этой частотой мы понимаем частоту продолжительности наблюдений.

В таблице 1 даны соответственные частоты, где $X_i$ — наблюдаемое в ротации число протуберанцев, а $Y_i$ — среднее число наблюдений на одну ротацию.

Таблица 1

| $X_i$ | $\nu_i^a$ | $Y_i$ | $\nu_i^b$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 64 | 0 | 64 |
| 1 | 17 | 1 | 16 |
| 2 | 3 | 2 | 3 |
| | | 3 | 1 |

Для средней величины и дисперсии $X_i$ и $Y_i$ получаем соответствующе близкие величины:

$$\bar{x}=0{,}273, \quad S_x^2=0{,}265;$$

$$\bar{y}=0{,}297, \quad S_y^2=0{,}298.$$

Следовательно, $X_i$ и $Y_i$ распределены по закону Пуассона.

С вероятностью 95% доверительные границы для $\bar{x}$ — 0,187 и 0,387 а для $\bar{y}$ — 0,206 и 0,415 ([4], 4. 2). Эти величины не находятся в противоречии с величинами для $\bar{x}$ и $\bar{y}$, полученными нами.

Полученные результаты дают нам основание рассматривать наблюдаемые протуберанцы как пуассоновский поток, состоящий из однородных событий с параметром $a=\bar{x}$, а продолжительность наблюдений — как распределенную экспоненциально с параметром $b=\bar{y}$.

Мы ограничимся исследованием только указанных ротаций с целью допущения существования постоянных физических условий Солнца. При этом допущении параметры $a$ и $b$ не будут зависить от времени (номера ротации). Кроме того, число наблюдаемых протуберанцев может быть неограниченным, поэтому мы рассмотрим постановку, аналогичную простой системе массового обслуживания.

Мы поставили себе целью установить переходную вероятность $Pt_{i,n}$, т. е., если в момент $t_0=0$ наблюдалось $i$ протуберанцев, то в момент $t$ наблюдаются $n$ протуберанцев.

В момент $t+h$, где $h$ — произвольное малое положительное число, могут наблюдаться $n$ протуберанцев, если:

I. В момент $t$ наблюдались $n-1$ протуберанцев, и за время $h$ появился еще один.

II. В момент $t$ наблюдались $n+1$ протуберанцев, и за время $h$ один протуберанец исчезнет.

III. В момент $t$ наблюдалось $n$ протуберанцев, и за время $h$ не наблюдается новый протуберанец и не происходит исчезновение протуберанца.

Принимая во внимание, что события I, II, III — несовместимы и что поток наблюдаемых протуберанцев подчиняется распределению Пуассона и продолжительность наблюдения распределена экспоненциально, получаем, как и в [5], систему, состоящую из бесконечного числа дифференциальных рекурентных зависимостей:

$$P'_{i,n}(t)=aP_{i,n-1}(t)-(a+nb)P_{i,n}(t)+(n+1)bP_{i,n+1}(t), \quad n>0;$$

$$P'_{i,0}(t)=-aP_{i,0}(t)+bP_{i,1}(t).$$

Исходя из общего решения этой системы [3]

$$P_i(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}x^nP_{i,n}(t)=[1+(x-1)e^{-bt}]^i\exp[(x-1)\varrho(1-e^{-bt})],$$

где $\varrho=\frac{a}{b}$

и конкретной постановки проблемы, мы получаем

(1) $$P_{0,n}(t)=\frac{\lambda^n(t)e^{-\lambda(t)}}{n!} \quad n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4;$$

$$P_{1,0}(t)=e^{-\lambda(t)}(1-e^{-bt}), \quad n=0,$$

(2) $$P_{1,n}(t)=\frac{\lambda^n(t)e^{-\lambda(t)}}{n!}(1-e^{-bt})+\frac{\lambda^{n-1}(t)e^{-\lambda(t)}}{(n-1)!}e^{-bt}, \quad n=1,\ 2,\ 3,\ 4;$$

(3) $$P_{2,0}(t)=e^{-\lambda(t)}(1-2e^{-bt}+e^{-2bt}), \quad n=0,$$

$$P_{2,1}(t)=P_{2,0}(t)\lambda(t)+2(e^{-bt}-e^{-2bt})-e^{-\lambda(t)}, \quad n=1,$$

$$P_{2,n}(t)=\frac{P_{2,0}(t)\lambda^n(t)}{n!}+2(e^{-bt}-e^{-2bt})e^{-\lambda(t)}\frac{\lambda(t)^{n-1}}{(n-1)!}+e^{-2bt}e^{-\lambda(t)}\frac{\lambda^{n-2}(t)}{(n-2)!},$$

$$n=2,\ 3,\ 4.$$

где $\lambda(t)=\frac{a}{b}(1-e^{-bt})$.

Вычисление $P_{i,n}(t)$ по формулам (1), (2), (3) проведено на ЭВМ ЗИТ-151. Используем полученные результаты для построения переходной вероятности (рис. 1, рис. 2 и рис. 3) для интервала из 28 ротаций около максимума какого-либо 11-летнего цикла солнечной активности.

Из рис. 1 видно, что, если в ротации $t=0$ (первая ротация в рассматриваемом интервале) не наблюдается высокий протуберанец, то вероятность, что такой протуберанец не будет наблюдаться в следующей ротации, равна 0,79. Эта вероятность значительно больше вероятности наблюдения одного, двух или трех высоких протуберанцев в следующие 4—5 ротации. Через десять ротаций вероятность наблюдения одного высокого протуберанца близка к вероятности того, что данный протуберанец не будет наблюдаться. Из того же рис. 1 можно непосредственно видеть, что после десяти ротаций переходная вероятность больше не изменяется со временем.

Из рис. 2 видно, что если в ротации $t=0$ наблюдается один высокий протуберанец, то вероятность наблюдения такого протуберанца в следующей ротации 0,63. После 2—3 ротаций более вероятно, что высокий протуберанец не будет наблюдаться. Видно также, что после восьми ротаций переходная вероятность не изменяется со временем.

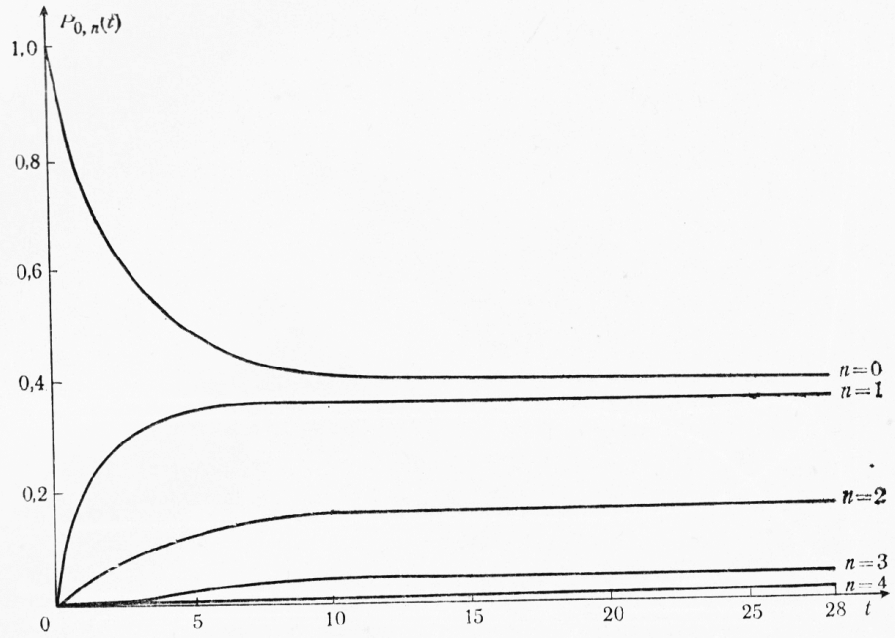


Рис. 1

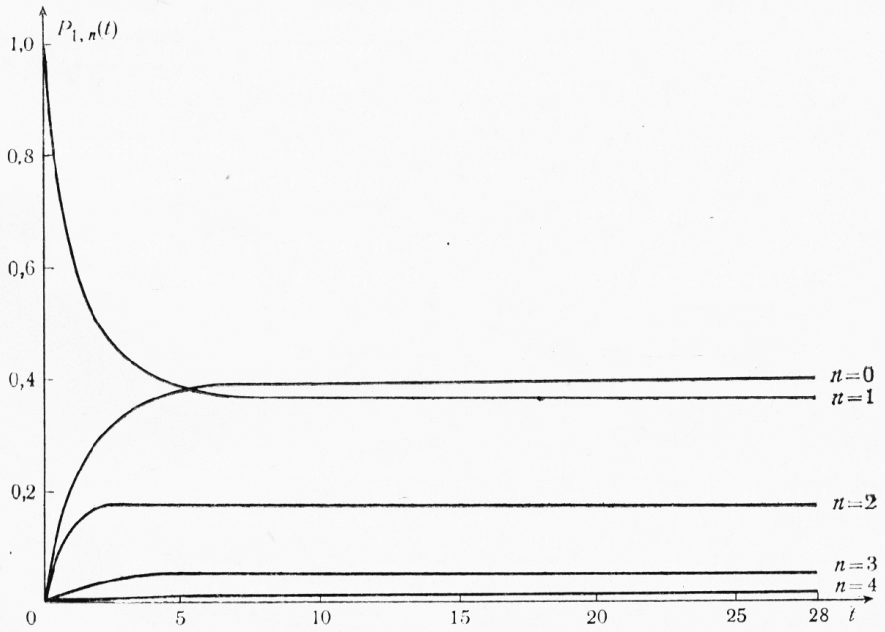


Рис. 2

Из рис. 3 видно, что, если в ротации $t=0$ наблюдались два высоких протуберанца, то вероятность наблюдения двух таких протуберанцев в ротации $t=1$ равна 0,50. После 2—3 ротаций вероятность наблюдения одного высокого протуберанца самая большая, а после 13 ротаций вероятность больше не изменяется со временем.

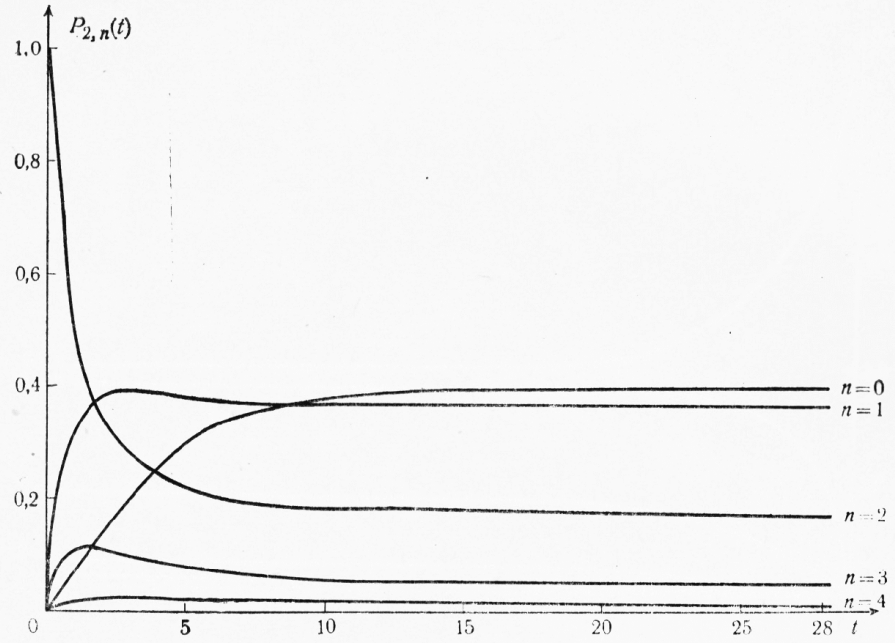


Рис. 3

Для всех трех графиков характерно то, что приблизительно после 10 ротаций переходная вероятность не изменятся со временем. Это значит, что наблюдение этих протуберанцев после 10 ротаций не будет зависеть от числа, наблюдаемого в начальный момент. Следовательно, если рассматриваем наблюдаемое число протуберанцев как временной ряд, то, проведя усреднение в интервале 10 ротаций, можно ожидать, что временной ряд будет стационарным.

Полученные результаты интересны, и поэтому мы продолжим исследования не только протуберанцев, но и других явлений Солнца.

## Литература


1. Ananthakrishnan, R. — Astrophys. J., 133, 1961, № 3, 969—972.
2. Вязаницын, В. П. — Изв. ГАО, 145, 1950, 68.
3. Хан, Г., С. Шапиро. Статистические модели в инженерных задачах. М., Мир, 1969.
4. L'Astronomie, 1938, 1939, 1948, 1949, 1958, 1959.
5. Обретенов, А. Теория на масовото обслужване. С., Техника, 1970.
6. Риордан, Дж. Вероятностные системы обслуживания. М., 1966.

# On the Distribution of High Protuberances

*Angel Bonov, Vladimir Dermendžiev*

(Summary)

The high protuberances with $h \geq 100{,}000$ km at a heliographic latitude $\varphi \geq \pm 45°$ are selected from the data in [1] and the transition probability $P_{i,n}(t)$ is sought in order to observe at the moment $t$ exactly $n$ proturbances if at the moment $t_0 = 0$ $i$ protuberances were observed.

It is seen from the results given in a graphic form on Fig. 1, Fig. 2 and Fig. 3 that after a certain number of rotations, respectively 10, 8 and 13, the transition probability does not change in time.

*Сектор астрономии*
*Болгарской академии наук*

*Поступила 24. XII. 1972 г.*